

## Análisis de técnicas de binarización basadas en histogramas 2D

---

### Analysis of binarisation techniques based on 2D histograms

Manuel G. Forero<sup>1</sup>  
M. Camila Merchan<sup>2</sup>  
Camilo A. Murillo<sup>3</sup>

Fecha de recepción: 17 de mayo 2016

Fecha de aceptación: 20 de setiembre 2016

#### Resumen

La umbralización es una de las técnicas más populares en el procesamiento digital de imágenes. A lo largo de los años muchas técnicas han sido desarrolladas y los métodos más populares se basan en la optimización de una función de costo. Aunque se han hecho estudios comparativos entre técnicas, ninguno se basa en las características del histograma o en la función de costo para hallar el valor del umbral, las cuales dan mayor información sobre cuál es la técnica de umbralización más apropiada para determinado tipo de imágenes. Este artículo presenta un estudio comparativo entre los dos métodos de umbralización más populares, Otsu y entropía, ambos usando histogramas 1D y 2D. Las características de la variación del umbral son evaluadas con respecto a los niveles de gris. Una serie de histogramas sintéticos con características específicas e imágenes de referencia fueron usadas para el análisis. El resultado permite entender como las técnicas responden a diferentes tipos de histograma y cuál puede ser la más apropiada dependiendo del tipo de objeto a segmentar.

**Palabras claves:** Umbralización, Histogramas 2D, Segmentación, Procesamiento de imágenes, Binarización.

---

#### Abstract

Thresholding is one of the most popular segmentation techniques in image processing. Many techniques have been developed and the most popular methods are based on the optimization of a cost function. Although there have been several comparative outcome studies, they are not based on the histogram characteristics or the cost function used to find the threshold value, which could give better clues about which technique is more appropriate for a certain type of images. This paper presents a comparative study of the two most popular thresholding methods, Otsu and entropy, using both 1D and 2D histograms. The characteristics of the variation of the threshold are evaluated with respect to the gray levels. A series of synthetic histograms with specific characteristics and reference images were used for the analysis. The results allow to understand how the techniques respond to different types of histograms and which can be more appropriate depending on the type of object to be segmented.

**Keywords:** Thresholding, 2D Histograms, Segmentation, Image Processing, Binarization.

### 1. Introducción

El procesamiento digital de imágenes comprende un grupo de técnicas dirigidas a mejorar la calidad de la imagen o extraer la mayor información posible. Uno de los pasos más importantes

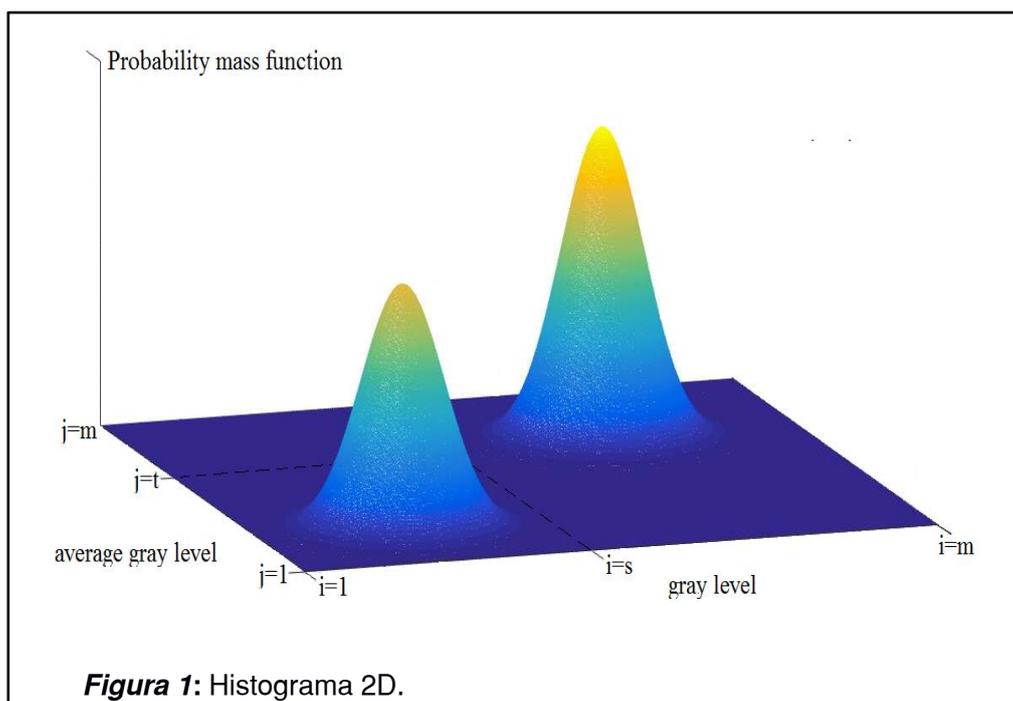
---

<sup>1</sup> Universidad de Ibagué. Ingeniería Electronica. Dr. Mg. Ing. Semillero Lún, Grupo D+Tec, Universidad de Ibagué. Ibagué, Tolima, Colombia. manuel.forero@unibague.edu.co

<sup>2</sup> Universidad de Ibagué. Ingeniería Electronica. Ing. Semillero Lún, Grupo D+Tec, Universidad de Ibagué. Ibagué, Tolima, Colombia. camilamerchan91@gmail.com

<sup>3</sup> Universidad de Ibagué. Ingeniería Electronica. Ing. Semillero Lún, Grupo D+Tec, Universidad de Ibagué. Ibagué, Tolima, Colombia. camiloandresmurilloruiz@gmail.com

es el proceso de segmentación, el cual se encarga de subdividir una imagen en sus partes u objetos constituyentes con el fin de separar las partes de interés del resto acorde al tipo de problema en estudio. Existen muchas técnicas de segmentación. Las más populares se encargan de separar bordes y regiones. Una de las técnicas más usadas en la segmentación por regiones es la umbralización. Es un proceso simple pero efectivo en el cual los píxeles son separados de acuerdo a su nivel de gris, buscando obtener un valor umbral que permita separar adecuadamente el fondo de la imagen del objeto. A pesar del gran desarrollo en técnicas de segmentación, la umbralización es aún muy popular debido a su simplicidad, facilidad de uso y calidad de resultados, los cuales son muy útiles en muchos casos prácticos. La umbralización es importante en la parte inicial del procesamiento digital de una imagen y en muchos casos la efectividad de los resultados depende de ésta. Por esta razón, la umbralización aún es un área de continua investigación. La umbralización 2D es un tipo de técnica que presenta mejores resultados en la segmentación de imágenes afectadas con ruido. En general, esta técnica emplea un histograma 2D, en donde los niveles de gris de cada píxel se relacionan con sus vecinos. Por lo tanto, en esta técnica se construye un histograma compuesto donde cada punto contiene la frecuencia de ocurrencia de la pareja (nivel de gris, promedio del nivel de gris). Si se observa un histograma 2D como si fuese un sistema orográfico, se vería como una superficie donde la altura en cada punto está dada por la frecuencia de ocurrencia de cada pareja. Así, el método de umbralización permite encontrar los valores de umbral óptimos  $s$  y  $t$  para los ejes  $x$  y  $y$  respectivamente (ver Figura 1). Dado los resultados obtenidos con histogramas 2D, se han hecho ya trabajos con histogramas 3D (Chen, X., Li, S., Hu, J., & Liang, Y., 2014).



Aunque algunos trabajos se han basado en la comparación de métodos de umbralización 1D con 2D (Chang, Du, Wang, Guo, S.M. & Thouin, 2006), no se halló en la literatura un estudio en donde se deduzca que técnica 2D es la más apropiada dependiendo del tipo de imagen a segmentar. Por lo tanto, en este artículo se presenta un análisis comparativo de las técnicas más populares de binarización 2D basadas en una aproximación bidimensional de los métodos 1D de Otsu (Otsu, 1979) y máxima entropía (Kapur, Sahoo & Wong, 1985). Abutaleb (1989) desarrolló el primer método de umbralización basado en el análisis de un histograma 2D usando el criterio de máxima entropía de Kapur et al. (1985). Posteriormente, Liu y Li (1993) ampliaron el método de Otsu a 2D, basados en el trabajo de Abutaleb.

En el presente trabajo se elaboró una serie de histogramas sintéticos 2D que permiten un mejor entendimiento de las propiedades de los métodos desarrollados. Adicionalmente, se

compararon los resultados con los obtenidos en los métodos 1D. También se presenta un análisis de los resultados obtenidos cuando se utiliza un promedio ponderado de la intensidad de los píxeles vecinos, en lugar de un promedio simple, para la suavización de la imagen original, empleada para construir el histograma 2D, lo cual hace aún más válida la presunción de que los componentes alejados de la diagonal del histograma 2D son cero.

## I. Métodos de umbralización

### Método de máxima entropía

#### a. Método 1D:

El método de entropía unidimensional fue publicado en 1985 (Kapur, 1985). Esta técnica usa la entropía para calcular el umbral óptimo de niveles de gris, en donde se obtiene la mayor información disponible de las dos distribuciones de niveles de gris. El proceso matemático es explicado a continuación:

Dada una imagen de tamaño  $N^2$  píxeles,  $m$  niveles de gris y sea  $f_i$  la frecuencia de ocurrencia de cada nivel de intensidad, la probabilidad de ocurrencia de cada nivel de gris está dada por:

$$P_i = \frac{f_i}{N^2} \quad (1)$$

Sean  $A$  y  $B$  las distribuciones de probabilidad del fondo y el objeto respectivamente y  $s$  el umbral de binarización, la función de entropía de la distribución  $A$ ,  $H(A)$  y la distribución  $B$ ,  $H(B)$  están definidas como:

$$H(A) = - \sum_{i=1}^s \frac{P_i}{P_s} \ln \frac{P_i}{P_s} \quad (2)$$

$$H(B) = - \sum_{i=s+1}^m \frac{P_i}{P_m} \ln \frac{P_i}{P_m} \quad (3)$$

Donde

$$P_s = \sum_{i=1}^s P_i \quad (4)$$

$$P_m = 1 - P_s \quad (5)$$

Entonces, la entropía total de la imagen  $\Psi(s)$  se define como la suma de las funciones de entropía de  $A$  y  $B$ :

$$\Psi(s) = H(A) + H(B) \quad (6)$$

El umbral óptimo está dado por el valor  $s$  el cual maximiza  $\Psi(s)$ .

#### b. Método 2D:

El método de entropía bidimensional fue publicado en 1989 (Abutaleb, 1989). Esta técnica se basa en el mismo principio estadístico que la técnica unidimensional. En este caso se analizan las funciones de probabilidad del histograma 2D.

Como una extensión del método 1D, esta técnica halla los umbrales de umbralización óptimos  $s$  y  $t$  para los cuales la función de entropía total es máxima. El proceso de la técnica es explicado a continuación:

La función de entropía para la distribución A,  $H(A)$  y la distribución B,  $H(B)$  están definidas como:

$$H(A) = - \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \frac{P_{ij}}{P_{st}} \ln \frac{P_{ij}}{P_{st}} \quad (7)$$

$$H(B) = - \sum_{i=s+1}^m \sum_{j=t+1}^m \frac{P_{ij}}{P_{mm}} \ln \frac{P_{ij}}{P_{mm}} \quad (8)$$

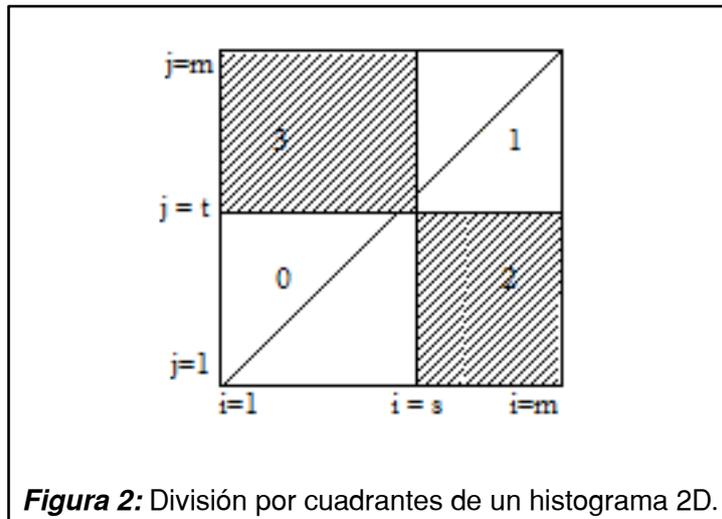
Donde

$$P_{st} = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t P_{ij} \quad (9)$$

Entonces, la entropía total de la imagen  $\Psi(s, t)$  se define como la suma de las funciones de entropía de A y B:

$$\Psi(s, t) = H(A) + H(B) \quad (10)$$

Los umbrales óptimos están dados por los valores  $s$  y  $t$  que maximizan  $\Psi(s, t)$ .



En el método original, Abutaleb define la distribución de probabilidad de la clase B como:  $P_{mm} \approx 1 - P_s$ , asumiendo que la dispersión del histograma con respecto a la traza y la diagonal es mínima, logrando de esta forma reducir el tiempo computacional del método. Esto se asume considerando que la probabilidad de los cuadrantes 3 y 2 en el histograma 2D es aproximadamente cero (ver Fig. 2). Sin embargo, esta aproximación no es válida cuando la dispersión es considerable, lo cual sucede en imágenes ruidosas. Se debe resaltar que se supone que los métodos de umbralización 2D tiene un mejor desempeño que los métodos 1D en imágenes ruidosas, por lo tanto en estos casos no se usa la aproximación de Abutaleb. Por lo tanto, la probabilidad de B se calcula por la expresión:

$$P_{mm} = \sum_{i=s+1}^m \sum_{j=t+1}^m P_{ij} \quad (11)$$

## Método de Otsu

### a. Método 1D:

El método de Otsu unidimensional se publicó en 1979, convirtiéndose, quizás, en el método más popular utilizado en umbralización (Otsu, 1979). Este método encuentra un umbral s óptimo utilizando el criterio discriminante, que maximiza la separabilidad de las distribuciones de nivel de gris resultante. Las funciones de probabilidad de las distribuciones A y B se definen como:

$$P_A = \sum_{i=1}^s P_i \quad (12)$$

$$P_B = \sum_{i=s+1}^m P_i \quad (13)$$

Utilizando el análisis discriminante, Otsu define la varianza entre las distribuciones  $\sigma_b^2$  como:

$$\sigma_b^2 = P_A * (\mu_A - \mu_T)^2 + P_B * (\mu_B - \mu_T)^2 \quad (14)$$

El umbral óptimo está dado por el valor de s que maximiza la varianza entre las distribuciones A y B.

### b. Método 2D:

El método de Otsu 2D fue publicado en 1993 (Liu & Li, 1993). Al igual que el método de una sola dimensión la técnica bidimensional calcula la varianza entre clases para encontrar los valores de s y t que maximizan la separación entre las distribuciones.

Así, para un histograma 2D, la función de probabilidad de la distribución de A,  $P_A$  y la distribución B,  $P_B$  se definen como:

$$P_A = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t P_{ij} \quad (15)$$

$$P_B = \sum_{i=s+1}^m \sum_{j=t+1}^m P_{ij} \quad (16)$$

Las medias totales  $\mu_T$  y los niveles medios de la clase correspondiente para la clase A,  $\mu_A$  y B,  $\mu_B$  son definidos como:

$$\begin{aligned} \mu_A &= (\mu_{Ai}, \mu_{Aj}) \\ &= \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \frac{iP_{ij}}{P_A}, \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t \frac{jP_{ij}}{P_A} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mu_B &= (\mu_{Bi}, \mu_{Bj}) \\ &= \sum_{i=s+1}^m \sum_{j=t+1}^m \frac{iP_{ij}}{P_B}, \sum_{i=s+1}^m \sum_{j=t+1}^m \frac{jP_{ij}}{P_B} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mu_T &= (\mu_{Ti}, \mu_{Tj}) \\ &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m iP_{ij}, \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m jP_{ij} \end{aligned} \quad (19)$$

Luego la varianza  $\sigma_b^2$  entre las distribuciones es definida como:

$$\sigma_b^2 = P_A[(\mu_{Ai} - \mu_{Ti})^2 + (\mu_{Aj} - \mu_{Ti})^2] + [(\mu_{Ai} - \mu_{Ti})^2 + (\mu_{Aj} - \mu_{Ti})^2] \quad (20)$$

Considerando que:

$$P_A + P_B \approx 1 \quad (21)$$

En este caso la varianza entre función de clases  $\sigma_{b(s,t)}^2$  es definida como:

$$\sigma_{b(s,t)}^2 = \frac{[\mu_{Ti}P_{A(s,t)} - \mu_{i(s,t)}]^2 + [\mu_{Tj}P_{A(s,t)} - \mu_{j(s,t)}]^2}{P_{A(s,t)}[1 - P_{A(s,t)}]} \quad (22)$$

Donde:

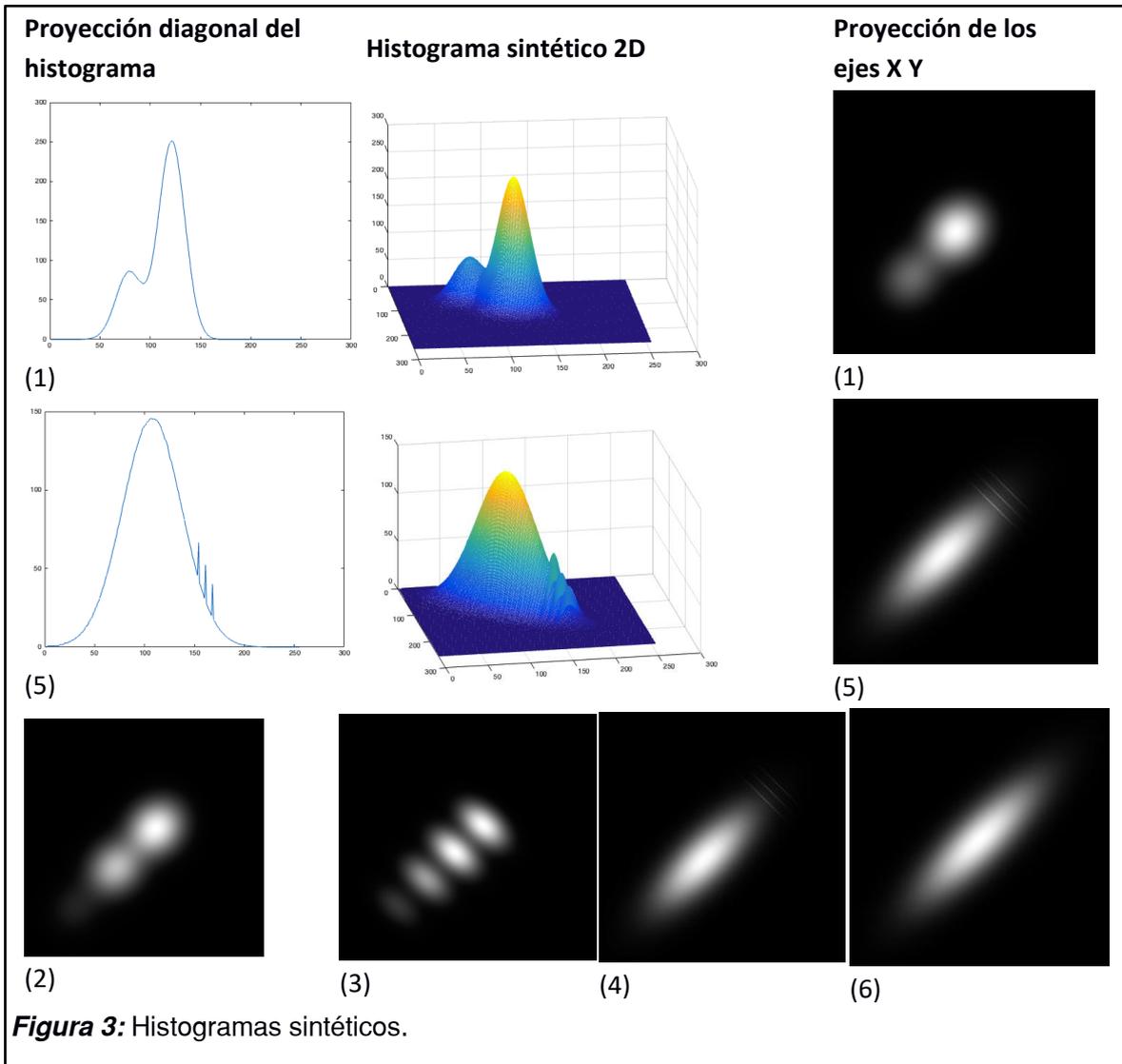
$$\mu_{i(s,t)} = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t iP_{ij}, \mu_{j(s,t)} = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t jP_{ij} \quad (23)$$

Brink propone el siguiente criterio para reemplazar el dado por Abutaleb (Brink, 1992):

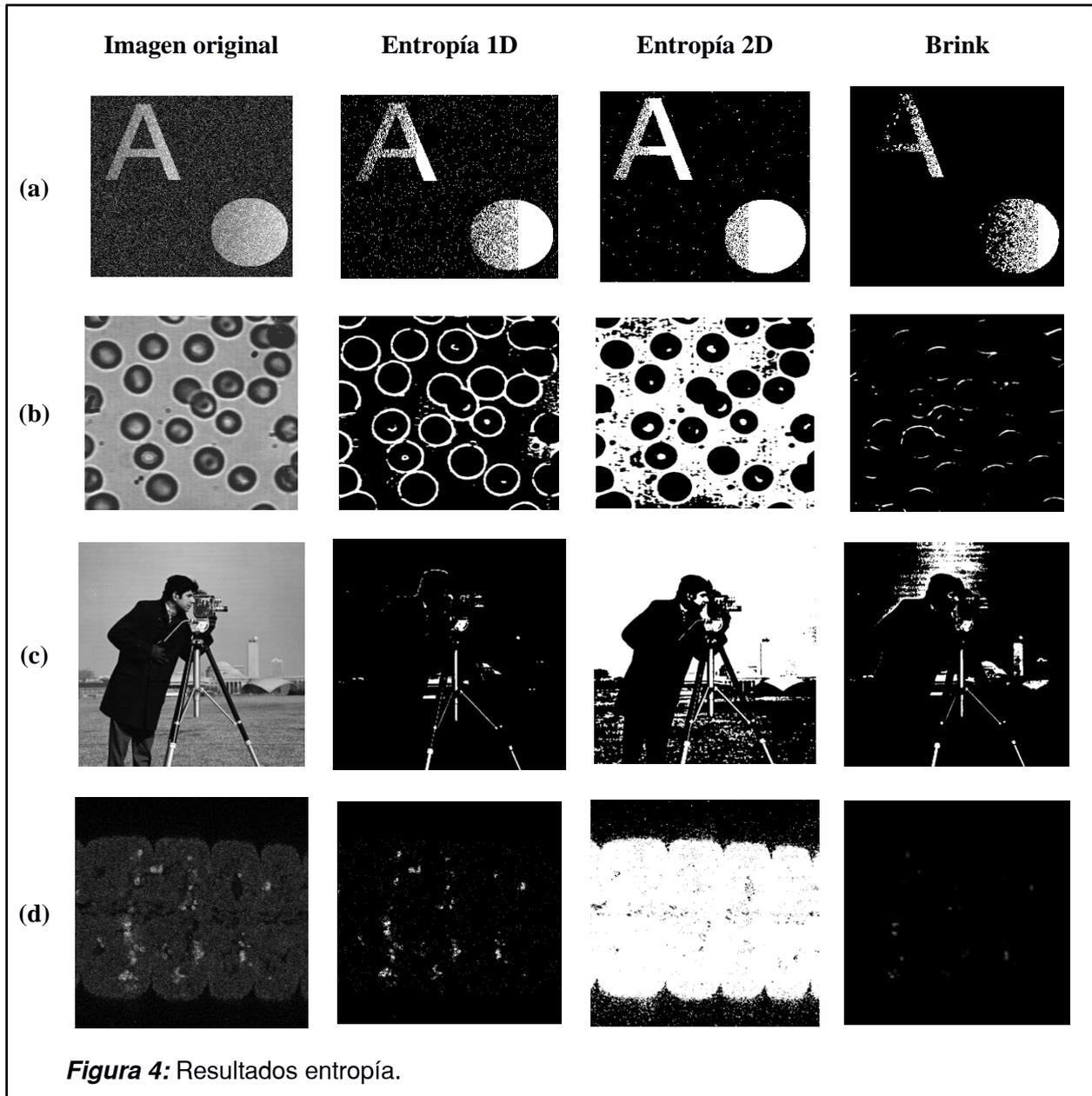
$$(Ec. 6): \Psi(s, t) = \max \left( \begin{matrix} \min \\ s=1, \dots, L \\ t=1, \dots, L \end{matrix} \{H_A(s, t), H_B(s, t)\} \right) \quad (24)$$

## 2. Metodología

Para llevar a cabo el estudio, cada técnica se implementó en Java como plugin para el programa de procesamiento de imágenes de dominio público ImageJ. Se generaron 24 histogramas sintéticos (véase la figura 3) para ser utilizados en la prueba de cada técnica en condiciones controladas y evaluar los resultados en casos específicos. Se construyeron histogramas 2D de dos, tres y cuatro modos, donde algunos modos fueron fuertemente solapados. Algunos histogramas incluyen pulsos que simulan cambios abruptos en el número de píxeles de un cierto nivel de gris, con el fin de observar la respuesta de las técnicas en casos extremos. Estos histogramas se elaboraron para estudiar la respuesta al ruido o para situaciones en las que el objeto de interés es demasiado pequeño y, por lo tanto, aparece en el histograma representado por variaciones bruscas de baja amplitud que podría ser confundido con ruido, como ocurre en imágenes de microscopía y astronomía. También se realizaron cuatro histogramas simétricos, para observar que sucede cuando los modos de los histogramas están muy alejados o muy cercanos. Por último, también se incluyó un histograma completamente uniforme con el fin de conocer la respuesta de cada técnica y si algún método tenía un sesgo en la obtención del umbral. Se utilizaron también 53 imágenes de referencia, 50 de ellos tomados de una base de datos de imágenes disponible en internet (Image Databases) y 3 de una pila de imágenes de microscopía confocal, ya que éstas contienen dos tipos de objetos, uno dentro del otro (células dentro de un embrión de *Drosophila*) y que sirvieron para verificar las respuestas de cada técnica para este tipo específico de casos.

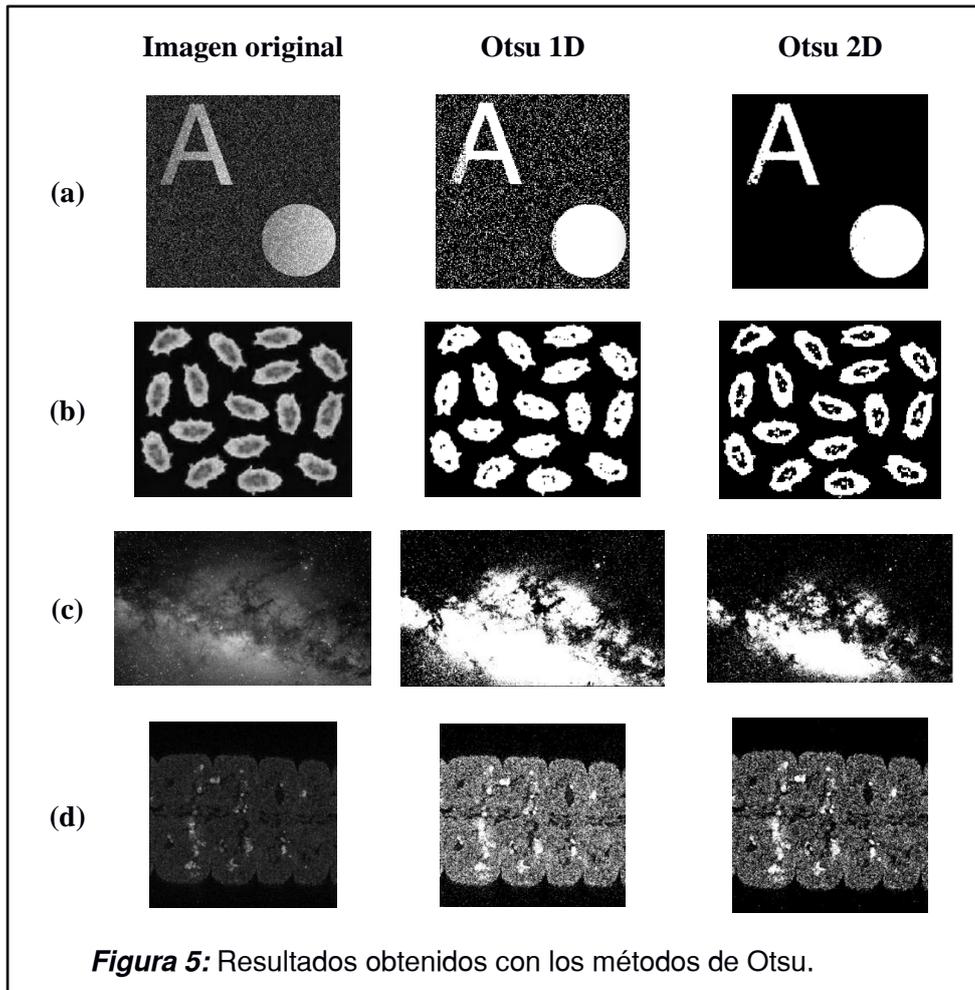


### 3. Resultados



**Figura 4:** Resultados entropía.

El método de entropía 2D se comparó con el 1D en 55 imágenes diferentes. Algunos resultados se muestran en la Figura 4. Estos resultados mostraron que, efectivamente, el método 2D permite obtener una mejor segmentación que el 1D. En la Figura 4(d), se observa que la entropía 1D es una técnica que permite separar mejor los objetos caracterizados por cambios bruscos de baja amplitud en el histograma, cuando están contenidos en otros objetos; como es esta figura donde las células aparecen dentro de un embrión de *Drosophila*. Sin embargo, la entropía 2D no produce los mismos resultados, que son más cercanos a los producidos por el método de Otsu 2D. Como también puede observarse, el criterio de Brink permite obtener resultados más parecidos a los obtenidos con la entropía 1D, pero con un menos ruido.



Los métodos de Otsu 1D y 2D también se compararon usando las mismas 55 imágenes. Algunos resultados se muestran en la Figura 5. Estos resultados mostraron que, efectivamente, los métodos 2D tienen una mejor respuesta que los 1D cuando la relación  $S/N$  es baja y cuando no se utiliza la aproximación de Abutaleb para obtener la probabilidad de la distribución  $B$ , debido a su mejor capacidad de fijar umbrales y el conocimiento adicional acerca de la vecindad de cada pixel proporcionada por la imagen suavizada utilizada para construir el histograma 2D.

Además, se realizaron pruebas con los histogramas sintéticos utilizando una función gaussiana para limitar el ancho de la señal alrededor de la diagonal. Como puede observarse en la Tabla 1, cuando la dispersión es menor los umbrales 2D son más cercanos a los 1D. Esto ocurre cuando el ruido es bajo. En este caso, la mayoría de los valores del histograma están más cerca de la traza y las aproximaciones 2D son más próximas a las aproximaciones 1D, por lo que los umbrales  $t$  y  $s$  son iguales o casi iguales, y más cercanos al umbral encontrado con los métodos 1D. En este caso, la aproximación de Abutaleb es válida; sin embargo, los métodos 1D son en este caso más apropiados dado que son más simples y rápidos. El uso de un filtro ponderado para suavizar la imagen utilizada con el fin de construir el histograma 2D no proporciona mejoras significativas como se puede concluir de los resultados mostrados en la Tabla 2 y por lo tanto, no se incluyen imágenes de los resultados.

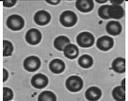
**Tabla 1**

*Valores de imágenes de umbral*

| Histogram | Otsu ID | Otsu 2D $\sigma = 1$ | Otsu 2D $\sigma = 2$ | Entropy ID | Entropy 2D $\sigma = 1$ | Entropy 2D $\sigma = 1$ |
|-----------|---------|----------------------|----------------------|------------|-------------------------|-------------------------|
| 1         | 100     | (99,111)             | (92,119)             | 100        | (99,98)                 | (103,101)               |
| 2         | 113     | (111,117)            | (100,129)            | 75         | (87,92)                 | (117,115)               |
| 3         | 106     | (102,120)            | (96,127)             | 103        | (102,101)               | (106,104)               |
| 4         | 106     | (90,123)             | (87,126)             | 95         | (101,102)               | (108,106)               |
| 5         | 106     | (90,123)             | (87,127)             | 117        | (114,119)               | (108,106)               |
| 6         | 126     | (105,147)            | (106,147)            | 126        | (127,126)               | (110,117)               |

**Tabla 2**

*Valores de imágenes de umbral*

| Image   | Otsu ID | Otsu 2D $\sigma = 1$ | Otsu 2D $\sigma = 2$ | Entropy ID | Entropy 2D $\sigma = 1$ | Entropy 2D $\sigma = 1$ |
|---|---------|----------------------|----------------------|------------|-------------------------|-------------------------|
|   | 84      | 110,42               | 115,40               | 130        | 72,100                  | 55,74                   |
|  | 112     | 148,93               | 148,93               | 172        | 154,154                 | 154,154                 |
|  | 87      | 143,70               | 143,69               | 195        | 141,142                 | 141,142                 |
|  | 141     | 178,112              | 178,112              | 97         | 160,165                 | 178,178                 |

#### 4. Conclusiones

Se ha realizado un análisis de los dos métodos más populares de umbralización, utilizando histogramas 1D y 2D. Se encontró que los resultados del método Otsu 2D son similares a los de la técnica 1D, cuando la dispersión de los valores del histograma 2D es mínima con respecto a su diagonal. En este caso, la aproximación de la distribución de las clases de Abutaleb es más válida, lo cual permite mejorar la velocidad de los métodos 2D. La técnica de máxima entropía 2D produce resultados más cercanos a los de Otsu 2D, en comparación con los resultados obtenidos entre máxima entropía 1D y Otsu 1D. El criterio propuesto por Brink permite obtener resultados de máxima entropía 2D más cercanos a los de la entropía 1D, lo que podría ser útil cuando se trabaja con objetos que se caracterizan por cambios abruptos en el histograma, como ocurre en microscopía e imágenes de astronomía. En conclusión, los métodos 2D tienen un rendimiento mucho mejor que los 1D, en particular, en las imágenes con baja relación S / N, donde los resultados son más robustos. En este caso, la aproximación de Abutaleb produce resultados inadecuados.

## Referencias

- Abutaleb A. S. (1989). Automatic thresholding of gray-level pictures using two-dimensional entropy. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 47(1), 22-32.
- Brink, A. (1992). Thresholding of digital images using two-dimensional entropies *Pattern Recognition*, 25, 803 – 808.
- Chang, C.I., Du, Y., Wang, J., Guo, S.M., & Thouin, P.D. (2006). Survey and comparative analysis of entropy and relative entropy thresholding techniques. *IEE proceedings - Vision, Image and Signal Processing*, 153(6), 837-850.
- Chen,X, Li, S., Hu, J., & Liang, Y. (2014). A survey on Otsu image segmentation methods. *Journal of Computational Information Systems*, 10(10), 4287–4298.
- Image Databases [Online]. Recuperado de <http://www.imageprocessingplace.com/>, Agosto 2014, 1 p, Enero 2015.
- Kapur, J. N., Sahoo P. K &, Wong, A. K. C. (1985). A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 29(3), pp. 273-285.
- Liu, J.Z. & Li W.Q. (1993), The automatic thresholding of gray-level pictures via two-dimensional Otsu method. *Acta Automat. Sinica (en Chino)*, 19, 101-105.
- Otsu N. (1979). A threshold selection method from gray-level histograms. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 9(1), 62-66.